1 Fractions et calculs algébriques

Exercice 1

$a = \frac{6}{18} - \frac{16}{18} + \frac{15}{18} = \frac{5}{18}$ $b = -\frac{8}{12} + \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = -\frac{15}{12} = -\frac{5}{4}$ $c = \frac{6}{15} - \frac{1}{15} + \frac{10}{15} = \frac{15}{15} = 1$

$d = \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$ $e = \frac{\frac{7}{3} - \frac{15}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{2}{5}} = -\frac{8}{3} \times \frac{5}{2} = -\frac{20}{3}$

Exercice 2 :

1. $3x - 6$
2. $-2x + 3 + x^2 - x = x^2 - 3x + 3$
3. $2 - 2x - 6x - 12 = -4x - 10$
4. $16x - 2x^2 - 5x^2 - 5x = -7x^2 + 11x$
5. $6x^2 + 6x + 2x + 2 = 6x^2 + 8x + 2$
6. $(2x+1)(2x+1) = 4x^2 + 4x + 1$
7. $(3x-4)(3x-4) = 9x^2 - 24x + 16$
8. $x^2 - -2x + 2x - 4 = x^2 - 4$
9. $(15x-5)(x-4) = 15x^2 - 60x - 5x + 20 = 15x^2 - 65x + 20$

Exercice 3 :

1. $-3 \times (-1)^2 = -3 \neq 6$ $6(-1+1) = 0 \neq 6$ donc A et B sont fausses
   $5 \times (-1)^2 + 1 = 5 + 1 = 6$. Réponse C
2. $(x+3)(2x+4) - 2(5x+6) = 2x^2 + 4x + 6x + 12 - 10x - 12 = 2x^2$. Réponse A
3. $9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x-4)(3x+4)$. Réponse B
4. $(x-5)(3x+4) = 0 \Leftrightarrow (x-5) = 0 \; ou \; (3x+4) = 0$
   $\Leftrightarrow x = 5 \; ou \; x = -\frac{4}{3}$ Réponse B

Exercice 4 :

1. $3x + 5x = x(3+5) = 8x$
2. $10x + x(x-4) = x[(10 + (x-4)] = x(x+6)$
3. $x^2 + 3x = x \times x + 3 \times x = x(x+3)$
4. $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$
5. $(x-4)^2 - 2^2 = (x-4-2)(x-4+2) = (x-6)(x-2)$
6. $16 - (x-1)^2 = 4^2 - (x-1)^2 = \big(4 - (x-1)\big)(4 + x - 1) = (5-x)(x+3)$

2 Fractions et calculs algébriques

Exercice 5 :

1. Le thermomètre indiquerait $1{,}8 \times 0 + 32 = 32\,°\,F$
2. Le thermomètre en degrés Celsius indiquerait $\frac{212-}{1{,}8} = 100°\,C$. L'eau bout.
3. a. Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Fahrenheit, alors $f\,(x) = 1{,}8x + 32$.
   b. C'est une fonction affine
   c. L'image de 5 par la fonction f est $f\,(5) = 1{,}8 \times 5 + 32 = 41$
   d. L'antécédent de 5 par la fonction f est la solution de l'équation $18x + 32 = 5$ soit $x = \frac{5-32}{1{,}8} = -15$
   e. En termes de conversion de température la relation $f\,(10) = 50$ signifie que 10° C correspondent à 50° F.

Exercice 6 :

1. On voit sur les lignes 1 et 2 que $f(0) = -7$. Donc 0 a pour image −7 par f .
2. On a $f(6) = 6^2 + 3 \times 6 - 7 = 36 + 18 - 7 = 54 - 7 = 47$.
3. On voit dans la colonne E que 4 a la même image par f et par g . Donc 4 est une solution de l'équation $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire de l'équation $x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$.
4. On sait que h est affine donc que : $h(x) = ax + b$. Comme $h(0) = b = 5$, on a déjà $b = 5$.
D'autre part $h(2) = 2 \times a + 5 = 1$ soit $2a = -4$ et $a = -2$. On a donc $h(x) = -2x + 5$.

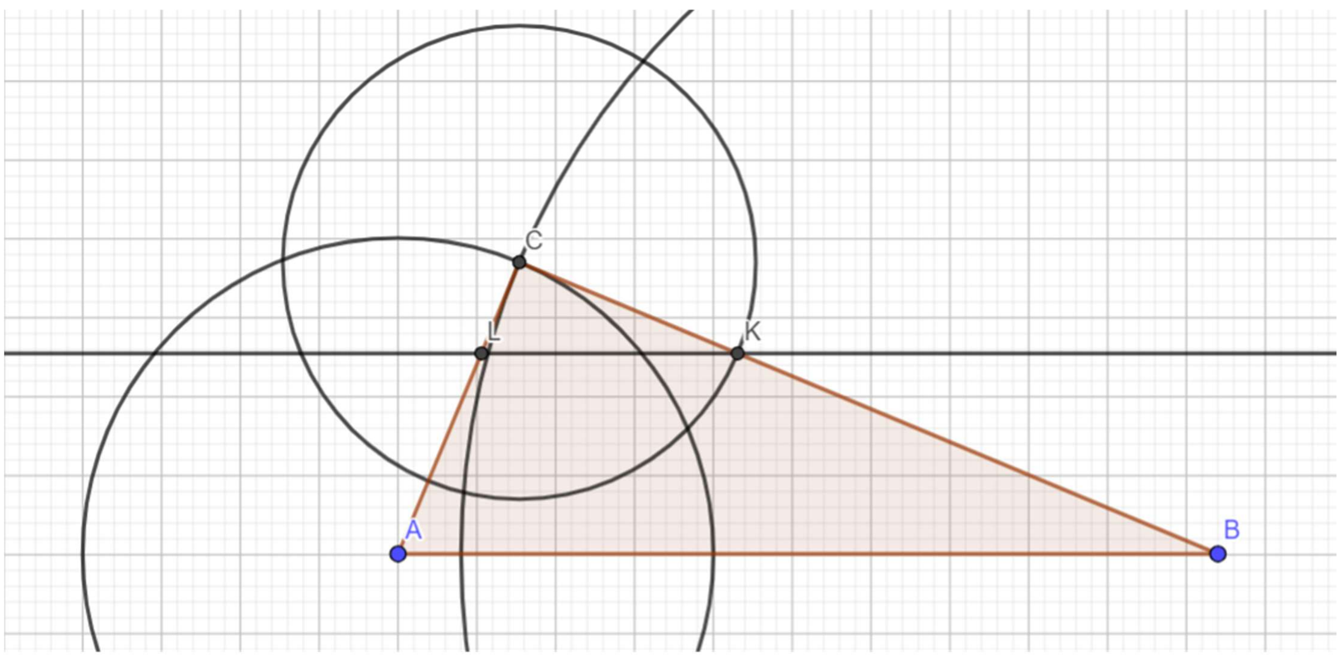
Exercice 7 :

1. On lit $B(-4\,;4{,}6)$
2. La courbe C₃ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse -1 , 2 et 4.
3. C_2 est une droite passant par l'origine du repère : c'est donc la représentation d'une fonction linéaire.
4. La fonction f est une fonction affine non linéaire, d'ordonnée à l'origine 3. Sa représentation est donc une droite passant par le point de coordonnées $(0\,;\,3)$. La représentation graphique de f est donc C_1 .
5. Il faut déterminer x tel que : $f(x) = 1$, ce qui revient à résoudre l'équation $-0{,}4x + 3 = 1$ d'où $3 - 1 = 0{,}4x$, puis $2 = 0{,}4x$ et $\frac{2}{0{,}4} = x = 5$. Le seul antécédent de 1 par f est 5.
6. $f(x_A) = f(4{,}6) = -0{,}4 \times 4{,}6 + 3 = 1{,}16 \neq y_A$ donc A n'appartient pas à C_2.

3 Géométrie

Exercice 8 :

1.



2. On a $AC^2 = 10{,}4^2 = 108{,}16$ =; et $AB^2 + BC^2 = 4^2 + 9{,}6^2 = 108{,}16$

On a donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore cette égalité montre que le triangle ABC est rectangle en B.

3. Puisque les droites (BC) et (KL) sont parallèles on a une configuration de Thalès.

Donc $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA}$ c'est-à-dire $\frac{3}{9{,}6} = \frac{CL}{10{,}4}$ donc $CL = 3{,}25$ cm.

4. On a en utilisant par exemple le cosinus :

$$\cos\widehat{CAB} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{10{,}4} \approx 0{,}385$$

La calculatrice donne $\widehat{CAB} \approx 67{,}4°$, soit 67° au degré près.