Correction livret 2nde-1ère

1. Calcul numérique :

Exercice 1 :

$A = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$ $B = \frac{5}{5} + \frac{6}{6} = 2$ $C = \frac{8}{3} + \frac{7}{12} = \frac{32}{12} + \frac{7}{12} = \frac{39}{12}$ $D = \frac{15-28}{20} \times \frac{8}{13} = -\frac{2}{5}$

Exercice 2 :

$E = 3^{5+2-9} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ $F = \frac{2^3}{(2^2)^3} = 2^{3-6} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$ $G = \frac{3^{9-7}}{5^{8-7}} = \frac{3^2}{5}$ $H = 3^{2-4+11-6} = 3^3$

Exercice 3 :

$I = \sqrt{\frac{9^2}{7^2}} = \frac{9}{7}$ $J = \sqrt{\frac{14}{7}} = \sqrt{2}$ $K = (\sqrt{5} \times \sqrt{5})^2 = 25$ $L = \frac{3\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 3$

Exercice 4 :

1. $$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) - 1 = \frac{1}{4} + 2 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right) + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} - 1$$
$$= \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{5}{4} - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} - 1 = 0$$
2. $$\left(\sqrt{12 - 3\sqrt{7}} + \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}\right)^2 = 12 - 3\sqrt{7} + 12 + 3\sqrt{7} + 2 \times \sqrt{12 - 3\sqrt{7}} \times \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}$$
$$= 24 + 2 \times \sqrt{12^2 - 9 \times 7}$$
$$= 24 + 2 \times \sqrt{81} = 42$$

2. Calcul littéral :

Exercice 5 :

$A = 10x - 2x^2 - 5 + x = -2x^2 + 11x - 5$ $B = \frac{2}{25}y^2 + \frac{3}{100} + \frac{2}{50}y + \frac{3}{50}y = \frac{2}{25}y^2 + \frac{1}{10}y + \frac{3}{100}$

$C = 9x^2 + 66x + 121$ $D = 25x^2 - 20x + 4$ $E = 3 - 2 = 1$

$F = 9x^2 - 24x + 16 - 30x - 35 = 9x^2 - 54x - 19$

$G = 6x - 4x^2 - 27 + 18x = -4x^2 + 24x - 27$

Exercice 6 :

$H = (3x+2)[7x - 5 - (3x+2)] = (3x+2)(4x-7)$ $I = (3x+2)^2$

$J = (x-2-3)(x-2+3) = (x-5)(x+1)$

$K = (2x-3)(2x+3) + (2x+3)(3x-1) = (2x+3)(2x-3+3x-1) = (2x+3)(5x-4)$

Exercice 7 :

$(2x-1)(4x-8+3x-5)=0 \Leftrightarrow (2x-1)(7x-13)=0$

$\Leftrightarrow (2x-1)=0\ ou\ (7x-13)=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\ ou\ x=\frac{13}{7}$

$S=\{\frac{1}{2};\frac{13}{7}\}$

$(3x-5-7)(3x-5+7)=0 \Leftrightarrow (3x-12)=0\ ou\ (3x+2)=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{12}{3}=4\ ou\ x=-\frac{2}{3}$

$S=\{-\frac{2}{3};4\}$

Exercice 8 :

- Pour $\frac{-2x+5}{x}$, la valeur interdite est 0 (c'est la valeur qui annule le dénominateur)
  On résout $\frac{-2x+5}{x}=0 \Leftrightarrow -2x+5=0\ et\ x\neq 0$

  $\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}\ et\ x\neq 0$

  $S=\{\frac{5}{2}\}$

- Pour $\frac{x(5x-4)}{3x-6}$, la valeur interdite est 3 (c'est la valeur qui annule le dénominateur)
  On résout $\frac{x(5x-4)}{3x-6}=0 \Leftrightarrow x(5x-4)=0\ et\ 3x-6\neq 0$

  $\Leftrightarrow x=0\ ou\ x=\frac{4}{5}\ et\ x\neq 2$

  $S=\{0;\frac{4}{5}\}$

- Pour $\frac{4}{2x+5}$, la valeur interdite est $-\frac{5}{2}$ et pour $\frac{5}{7-3x}$, la valeur interdite est $\frac{7}{3}$
  On résout $\frac{4}{2x+5}=\frac{5}{7-3x} \Leftrightarrow 4(7-3x)=5(2x+5) et\ 2x+5\neq 0\ et\ 7-3x\neq 0$

  $\Leftrightarrow 28-12x=10x+25\ \ et\ x\neq -\frac{5}{2}\ et\ x\neq \frac{7}{3}$

  $\Leftrightarrow 22x=53\ \ et\ x\neq -\frac{5}{2}\ et\ x\neq \frac{7}{3}$

  $\Leftrightarrow x=\frac{53}{22}\ \ et\ x\neq -\frac{5}{2}\ et\ x\neq \frac{7}{3}$

  $S=\{\frac{53}{22}\}$

Exercice 9 :

$$x(3x+6(-2x+3)\leq 0$$

x	$-\infty$		-2		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x+6$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-2x+3$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x(3x+6)(-2x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$S=[-2;0]\cup[\frac{3}{2};+\infty[$

$$\frac{5x+4}{-3x-6}\leq 0$$

x	$-\infty$		-2		$-4/5$		$+\infty$
$5x+4$		$-$		$-$	0	$+$	
$-3x-6$		$+$	0	$-$		$-$	
$\frac{5x+4}{-3x-6}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$S=]-\infty;-2[\cup[-4/5;+\infty[$

3. Fonctions :

Exercice 10 :

1. $f\left(\frac{1}{3}\right)=-2\times\frac{1}{3}+\frac{3}{5}=-\frac{1}{15}$. L'image de $\frac{1}{3}$ est $-\frac{1}{15}$
   On résout $f(x)=\frac{8}{5}\Leftrightarrow -2x+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$
   $\Leftrightarrow -2x=\frac{5}{5}=1$
   $\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$
   $-\frac{1}{2}$ est l'antécédent de $\frac{8}{5}$

2. f est une fonction affine et $m=-2$ donc f est décroissante sur IR
3. On résout $f(x)=0\Leftrightarrow -2x+\frac{3}{5}=0$
   $\Leftrightarrow x=\frac{3}{10}$

   Puisque $m<0$, on en déduit que :

x	$-\infty$		$\frac{3}{10}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

4. $f(x)>-1\Leftrightarrow -2x+\frac{3}{5}>-1$
   $\Leftrightarrow -2x>-\frac{8}{5}$
   $\Leftrightarrow x<\frac{4}{5}$

   $S=]-\infty;\frac{4}{5}[$

Exercice 11 :

1. Soit $x \in IR$, $(x-7)^2 - 9 = x^2 - 14x + 49 - 9 = x^2 - 14x + 40 = f(x)$
2. **a-** On résout $f(x) = -9 \Leftrightarrow (x-7)^2 - 9 = -9$

   $\Leftrightarrow (x-7)^2 = 0$

   $\Leftrightarrow x = 7$

   $S = \{7\}$

   b- On résout $f(x) = 40 \Leftrightarrow x^2 - 14x + 40 = 40$

   $\Leftrightarrow x^2 - 14x = 0$

   $\Leftrightarrow x(x-14) = 0$

   $\Leftrightarrow x = 0 \; ou \; x = 14$

   $S = \{0; 14\}$
3. Soient$x_1 et\ x_2$ deux réels de [7 ;+∞[tels que : $7 \leq x_1 \leq x_2$

   $7 \leq x_1 \leq x_2 \Leftrightarrow 0 \leq x_1 - 7 \leq x_2 - 7$

   $\Leftrightarrow (x_1 - 7)^2 \leq (x_2 - 7)^2$ car la fonction carré est croissante sur [0 ;+∞[

   $\Leftrightarrow (x_1 - 7)^2 - 9 \leq (x_2 - 7) - 9$

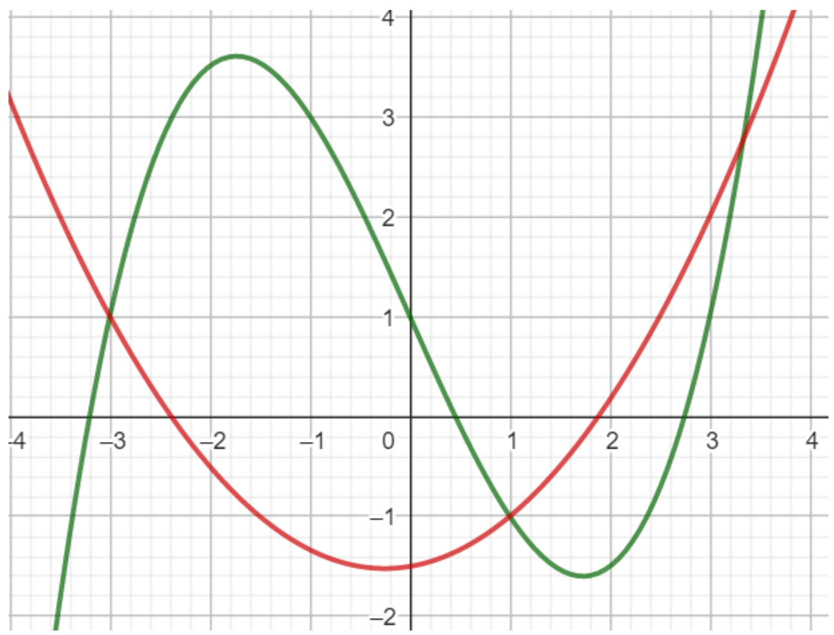
   $\Leftrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

   Donc f est croissante sur [7 ;+∞[

   Le raisonnement est analogue sur $]-\infty; 7]$, en utilisant cette fois le fait que la fonction carré est décroissante sur$]-\infty; 0]$. Ainsi f est décroissante sur $]-\infty; 7]$.

Exercice 12

1)



2) $f(0) = \frac{1}{4} \times 0^3 - \frac{9}{4} \times 0 + 1$ et $g(0) = \frac{1}{3} \times 0^2 - \frac{1}{6} \times 0 - \frac{3}{2}$

$f(0) = 1 \;\; et \;\; g(0) = -\dfrac{3}{2}$

3) Les antécédents de 0 par f sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Les abscisses des points d'intersection de C_f avec la droite d'équation $y = 0$.
Il y a trois antécédents de 0 par *f*.
Les antécédents de 0 par g sont les solutions de l'équation $g(x) = 0$
Les abscisses des points d'intersection de C_g avec la droite d'équation $y = 0$.
Il y a deux antécédents de 0 par g.

4)Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[-4; 4]$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et de C_g. Par lecture graphique, il y a 3 solutions.

5) Après calculs $f\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{149}{54}$ et $g\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{149}{54}$

donc $f\left(\frac{10}{3}\right) = g(\frac{10}{3})$

Conclusion : $\frac{10}{3}$ est une solution de l'équation $f(x) = g(x)$
6) Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus de C_g
$S = [-3; 1] \cup [\frac{10}{3}; 4]$

<u>Exercice 13</u>

h est une fonction affine donc il existe deux nombres réels *a* et *b* tels que $h(x) = ax + b$

$a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$ donc $a = \frac{h(2)-h(-1)}{2-(-1)} = \frac{-1-(-2)}{2+1} = \frac{1}{3}$

Pour tout x réel, $h(x) = \frac{1}{3}x + b$

En remplaçant x par 2, $h(2) = 2 \times \frac{1}{3} + b$

Or $h(2) = -1$ donc $-1 = \frac{2}{3} + b \Leftrightarrow b = -\frac{5}{3}$

Conclusion : pour tout x réel, $h(x) = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

4. Géométrie

<u>Exercice 14 :</u>
Par lecture graphique, l'équation de d_1 : $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}$
$d_2 : y = -2x + 4$
$d_3 : y = 2$
$d_4 : x = 3$

Exercice 15

1) $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 5 = -\frac{1}{2}(2-(-2)) \\ y_E - 3 = -\frac{1}{2}(4-(-3)) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 3 \\ y_E = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Conclusion : E $(3\,;-\frac{1}{2})$

2) Après calculs :$\overrightarrow{AB}\binom{-3}{1}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{2}{1}$

det $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) = -3 \times 1 - 2 \times 1 = -5$

det $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) \neq 0$ donc (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

3) $I(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2})$

Après calculs, on trouve $I(\frac{7}{2};\frac{7}{2})$, $J\left(0;\frac{1}{2}\right)$, $K\left(-1;-\frac{5}{2}\right)$ et $L(\frac{5}{2};\frac{1}{2})$

$\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} -\frac{7}{2} \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{LK}\begin{pmatrix} -\frac{7}{2} \\ -3 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$

Ainsi IJKL est un parallélogramme.

Exercice 16

Après calculs, on trouve $\overrightarrow{JK}\binom{-1}{-2}$ et $\overrightarrow{ML}\binom{-1}{-2}$ donc $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{ML}$

Ainsi JKLM est un parallélogramme.

Exercice 17

Equation de (DE)

Soit *f* la fonction affine associée à la droite (DE)

Il existe deux nombres réels a et b tels que $y = ax + b$

$a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$ donc $a = \frac{2-4}{2-1} = -2$

Ainsi pour tout réel $x, f(x) = -2x + b$

Or $h(4) = 1 \Leftrightarrow -2 \times 4 + b = 1$

$\Leftrightarrow b = 9$

Conclusion : pour tout x réel, $y = -2x + 9$

<u>Equation de (DG) : $x = 4$</u>

<u>Equation de (FG) : $y = -2$</u>

<u>Exercice 18</u>

1) L'équation cartésienne de (d) est de la forme $ax + by + c = 0$ avec $\vec{u}\binom{-b}{a}$ où $\vec{u}$ désigne un vecteur directeur de (d).

Or $\vec{u}\binom{2}{-3}$ donc par identification $b = -2$ et $a = -3$
L'équation cartésienne de (d) est de la forme $-3x - 2y + c = 0$ (E)
A appartient à (d) si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation (E) :
$-3x_A - 2y_A + c = 0 \Leftrightarrow -3 \times 2 - 2 \times 3 + c = 0$
$\Leftrightarrow c = 12$

L'équation cartésienne de (d) est : $-3x - 2y + 12 = 0$

2) C appartient à (d) si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation (E) :
$3x_C - 2y_C + 12 = -15 + 4 + 12 = 1$
donc C n'appartient pas à (d).