1 Calcul numérique.

Exercice 1
Effectuer les calculs suivants sans calculatrice.

$A = \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ $\quad B = \frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{5} + \frac{5}{6}$ $\quad C = \frac{3}{2} \times \frac{16}{9} + \frac{7}{12}$ $\quad D = \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{5}\right) \times \frac{8}{13}$

Exercice 2
Simplifier les expressions suivantes.

$E = 3^5 \times \frac{3^2}{3^9}$ $\quad F = \frac{2^3}{4^3}$ $\quad G = \left(\frac{5}{3}\right)^7 \times \frac{3^9}{5^8}$ $\quad H = \frac{3^2 \times 3^{-4}}{3^{-11} \times 3^6}$

Exercice 3
Simplifier les expressions suivantes.

$I = \sqrt{\frac{81}{49}}$ $\quad J = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$ $\quad K = \left(\sqrt{5}\right)^4$ $\quad L = \frac{\sqrt{27} \times \sqrt{8}}{\sqrt{24}}$

Exercice 4
1. Le nombre $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé nombre d'or. Montrer que $\phi^2 - \phi - 1 = 0$.
2. Calculer $\left(\sqrt{12 - 3\sqrt{7}} + \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}\right)^2$.

2 Calcul littéral.

Exercice 5
Soient x, y des réels. Développer et réduire.

$A = (2x - 1)(5 - x)$ $\quad B = \left(\frac{1}{5}y + \frac{1}{10}\right)\left(\frac{2}{5}y + \frac{3}{10}\right)$ $\quad C = (3x + 11)^2$

$D = (2 - 5x)^2$ $\quad E = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$ $\quad F = (3x - 4)^2 - 5(6x + 7)$

$G = (2x - 9)(3 - 2x) - 5(2x + 1)^2$

Exercice 6
Soit x un réel. Factoriser.

$H = (3x + 2)(7x - 5) - (3x + 2)^2$ $\quad I = 9x^2 + 12x + 4$ $\quad J = (x - 2)^2 - 9$

$K = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(3x - 1)$

Exercice 7
Après avoir factorisé, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$(2x - 1)(4x - 8) + (2x - 1)(3x - 5) = 0$ $\quad (3x - 5)^2 - 49 = 0$

Exercice 8
Pour chacune des équations suivantes, déterminer les valeurs interdites puis résoudre dans $\mathbb{R}$.

$\frac{-2x + 5}{x} = 0$ $\quad \frac{x(5x - 4)}{3x - 6} = 0$ $\quad \frac{4}{2x + 5} = \frac{5}{7 - 3x}$

Exercice 9
Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

$x(3x + 6)(-2x + 3) \leqslant 0$ $\quad \frac{5x + 4}{-3x - 6} \leqslant 0$

3 Fonctions.

Exercice 10
Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + \dfrac{3}{5}$.

1. Déterminer l'image de $\dfrac{1}{3}$ et l'antécédent de $\dfrac{8}{5}$.
2. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Établir le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. Résoudre $f(x) > -1$.

Exercice 11
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 14x + 40$.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x-7)^2 - 9$.
2. En utilisant une des deux expressions de f :
   (a) Déterminer les éventuels antécédents de -9 par la fonction f.
   (b) Déterminer les éventuels antécédents de 40 par la fonction f.
3. En utilisant la deuxième expression de f et les variations de la fonction carré, montrer que f est croissante sur $[7; +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty; 7]$.

Exercice 12
Soient f, g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{4} - \dfrac{9x}{4} + 1$ et $g(x) = \dfrac{x^2}{3} + \dfrac{x}{6} - \dfrac{3}{2}$.

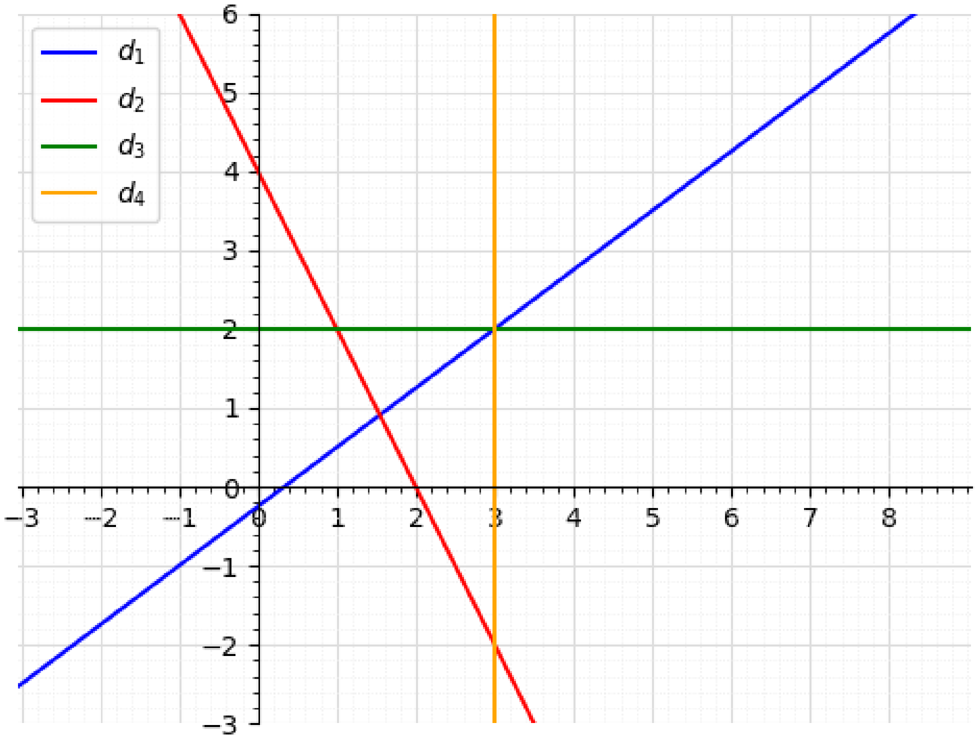
1. Tracer les représentations graphiques des fonctions à la calculatrice : paramétrer la fenêtre : $x_{min} = -4, x_{max} = 4, y_{min} = -2, y_{max} = 4$.
2. Calculer $f(0)$ et $g(0)$.
3. Déterminer graphiquement le nombre d'antécédents de 0 par f dans $[-4; 4]$. Même question avec g.
4. Déterminer graphiquement le nombre de solutions que possède l'équation $f(x) = g(x)$ dans $[-4; 4]$.
5. Vérifier par le calcul que $f\left(\dfrac{10}{3}\right) = g\left(\dfrac{10}{3}\right)$. Comment interpréter graphiquement cette égalité ?
6. Résoudre graphiquement l'inégalité $f(x) \geqslant g(x)$ dans $[-4; 4]$.

Exercice 13
Soit h la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ telle que $h(-1) = -2$ et $h(2) = -1$. Déterminer son expression.

4 Géométrie.

Exercice 14

Déterminer les équations réduites des droites d_1, d_2, d_3, d_4 représentées ci-dessous :



Pour les élèves qui ne suivront pas l'enseignement de spécialité Mathématiques à la rentrée prochaine, il est inutile de traiter les exercices qui suivent.

Exercice 15

Dans un repère, on considère les quatre points $A(5;3), B(2;4), C(-2;-3), D(0;-2)$.

1. Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.
2. Montrer que (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.
3. Déterminer les coordonnées des points I, J, K, L milieux respectifs de $[AB], [BC], [CD], [DA]$ puis montrer que $IJKL$ est un parallélogramme.

Exercice 16

Dans un repère orthonormé, on considère les quatre points $J(-3;3), K(-4;1), L(0;-1), M(1;1)$. Faire la figure, conjecturer la nature du quadrilatère $JKLM$, puis démontrer la conjecture.

Exercice 17

Dans un repère, on considère les quatre points $D(4;1), E(2;2), F(-2;-2), G(4;-2)$. Déterminer les équations réduites des droites $(DE), (DG), (FG)$.

Exercice 18

Dans un repère, on considère la droite d passant par le point $A(2;3)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}(2;-3)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite d.
2. Le point $C(5;-2)$ appartient-il à d ?